

Teil 1: Das Fundament – Mit strukturierten Prompts und LaTeX zu fehlerfreiem Arbeitsmaterial

Warum herkömmliche KI-Anfragen im Schulalltag scheitern und wie ein systematischer Workflow aus didaktischem Prompt-Design und digitalem Sätzen fehlerfreie Dokumente generiert.

Der aktuelle Diskurs um Künstliche Intelligenz (KI) in der Bildung ist geprägt von großen Versprechungen. Wer jedoch in der Unterrichtsvorbereitung versucht, mit einfachen, unstrukturierten Anfragen wie „*Erstelle mir ein Arbeitsblatt zu quadratischen Funktionen*“ zu arbeiten, erlebt schnell eine fundamentale Enttäuschung. Die generierten Aufgaben sind oft mathematisch ungenau, didaktisch oberflächlich und optisch unbrauchbar. Brüche werden als unschöne Schrägstriche ($1/4$) dargestellt, Potenzen verkommen zu kryptischen Zeichenketten (x^2) und Grafiken fehlen vollständig.

Das Problem liegt selten an den zugrundeliegenden Sprachmodellen selbst, sondern an deren Ansteuerung. Große Sprachmodelle (LLMs) sind statistische Textgeneratoren – sie benötigen präzise, fachdidaktische Leitplanken, um mathematisch exakte und unterrichtstaugliche Inhalte zu liefern. Dieser erste Teil unserer Serie etabliert ein praxiserprobtes Fundament, das auf den Prinzipien des britischen Mathematikdidaktikers Craig Barton basiert. Es verknüpft strukturiertes Prompt-Design mit dem professionellen Textsatzsystem LaTeX, um hochwertige Materialien zeiteffizient zu erstellen.

Warum Standard-Prompts bei mathematischen Inhalten versagen

Mathematikdidaktik zeichnet sich durch extreme Detailgenauigkeit aus. Wenn eine KI ohne Einschränkungen Aufgaben generiert, treten typischerweise drei Kernprobleme auf:

- 1. Arithmetische Überlastung:** Die KI wählt zufällige, oft unnötig komplizierte Zahlen (z. B. krumme Dezimalbrüche bei der Einführung eines neuen Algorithmus). Dadurch wird die kognitive Kapazität der Lernenden durch Rechenarbeit gebunden, statt auf den eigentlichen mathematischen Kern fokussiert zu sein.
- 2. Element-Wiederholung:** Ungeführte Modelle neigen dazu, dieselben Zahlenwerte innerhalb einer Aufgabe mehrfach zu verwenden (z. B. $f(x) = 2x^2 + 2x + 2$). Für Schülerinnen und Schüler wird es dadurch unmöglich nachzuvollziehen, welche „2“ in den einzelnen Schritten der Musterlösung gerade transformiert wurde.
- 3. Formale Inästhetik:** Standard-Textausgaben verletzen grundlegende Regeln der mathematischen Notation. Das erschwert die Lesbarkeit und erhöht die kognitive Last (Cognitive Load) auf Seiten der Lernenden unnötig.

Der strukturierte Prompt-Baukasten

Um reproduzierbare, didaktisch wertvolle Ergebnisse von einer KI zu erhalten, müssen wir das Prinzip des *Few-Shot Prompting* anwenden. Der Prompt sollte einer strikten, fünfstufigen Architektur folgen, die sich an bewährten Konzepten orientiert:

Komponente	Funktion und Zielsetzung im Mathematikunterricht
1. Kontext (Context)	Definiert die präzise Rolle und das fachliche Niveau der KI. Statt einer generischen Antwort wird das Modell auf die Perspektive einer erfahrenen Lehrkraft oder Fachleitung konditioniert.
2. Thema (User's Topic)	Bestimmt den genauen mathematischen Inhalt, die Zielgruppe (Klassenstufe/Schulform) und den Platz innerhalb der Unterrichtssequenz.
3. Leitplanken (Constraints)	Das Herzstück des Prompts. Hier werden explizite didaktische und mathematische Verbote und Gebote definiert (z. B. „Keine Brüche im Nenner“, „Nur ganzzahlige Nullstellen“).
4. Ausgabeformat	Erzwingt eine saubere Trennung von Aufgabenstellung, vollständiger Musterlösung und dem zugrundeliegenden technischen Code.
5. Beispiele (Examples)	Liefert der KI ein konkretes Muster (Few-Shot), an dem sie das gewünschte Niveau, den Stil und die Tiefe exakt ablesen kann.

Die technische Brücke: Warum LaTeX unverzichtbar ist

Die größte Hürde bei der KI-gestützten Materialerstellung ist das finale Layout. Word-Dokumente verrutschen, Markdown-Tabellen sind starr. Die Lösung für dieses Problem lautet **LaTeX**. Das Textsatzsystem ist der weltweite Standard für wissenschaftliche und mathematische Dokumente.

Der entscheidende Vorteil im KI-Workflow: **Lehrkräfte müssen selbst kein LaTeX beherrschen**. Moderne Sprachmodelle schreiben fehlerfreien LaTeX-Code im Hintergrund, wenn man sie explizit darum bittet. Als Anwender kopiert man diesen Code lediglich per Mausklick und fügt ihn in einen kostenfreien Online-Editor wie *Overleaf* ein. Ein Klick auf „Kompilieren“ erzeugt ein typografisch perfektes, professionelles PDF mit sauber gesetzten Brüchen, Wurzeln und Formeln.

Vorteile des KI-LaTeX-Workflows:

- **Perfekte Notation:** Brüche, Exponenten, Vektoren und Indizes werden absolut normgerecht dargestellt.
- **Automatisches Layout:** Keine manuellen Zeilenumbrüche oder verrutschten Tabellen mehr.
- **Kompakte Lösungen:** Die KI kann angewiesen werden, die Lösungen spiegelverkehrt oder auf einem separaten Beiblatt exakt bündig zu formatieren.

Praxisbeispiel: Ein einsatzbereiter Muster-Prompt

Der folgende Prompt zeigt exemplarisch, wie die theoretischen Anforderungen für ein konkretes Thema der Sekundarstufe I in eine maschinenlesbare Instruktion übersetzt werden. Dieser Text kann direkt in aktuelle Sprachmodelle kopiert werden:

1. KONTEXT

Du bist ein erfahrener Fachleiter für Mathematik an einem Gymnasium. Deine Aufgabe ist es, mathematisch präzise, didaktisch durchdachte und optisch ansprechende Unterrichtsmaterialien zu erstellen. Du beherrschst den professionellen Textsatz in LaTeX perfekt.

2. THEMA DES NUTZERS

Gegenstand ist die Einführung der "Scheitelpunktform quadratischer Funktionen mittels quadratischer Ergänzung" für eine 9. Klasse an einem Gymnasium.

3. LEITPLANKEN & EINSCHRÄNKUNGEN (CONSTRAINTS)

- Erstelle eine Übungsreihe mit exakt 6 Aufgaben, die progressiv im Schwierigkeitsgrad ansteigen.
- Regel 1 (Keine Element-Wiederholung): Verwende innerhalb einer Aufgabe niemals dieselbe Zahl für verschiedene Parameter. Wenn der Koeffizient vor dem x quadratisch ist, darf dieser Zahlenwert nicht als konstanter Term auftauchen.
- Regel 2 (Fokus auf das Konzept): Die ersten 3 Aufgaben müssen normierte quadratische Terme (Form: $x^2 + bx + c$, d.h. $a = 1$) sein. Der lineare Koeffizient 'b' MUSS eine gerade, positive ganze Zahl sein, um die Division durch 2 bei der quadratischen Ergänzung trivial zu halten.
- Regel 3 (Zielgerichtete Arithmetik): Alle Endergebnisse (Scheitelpunkte) müssen ganzzahlige Koordinaten aufweisen. Vermeide in dieser Einführungsphase zwingend unendliche Dezimalbrüche oder komplexe Brüche, um die kognitive Last rein auf das Verfahren der quadratischen Ergänzung zu lenken.
- Regel 4: Die Aufgaben 4 und 5 enthalten einen negativen linearen Koeffizienten (z.B. $x^2 - 6x + 5$). Aufgabe 6 führt als Ausblick einen Vorfaktor $a \neq 1$ ein (z.B. $2x^2 + 8x + 2$), wobei auch hier alle Zwischenschritte ganzzahlig bleiben müssen.

4. ERFORDERLICHES AUSGABEFORMAT

Gib das Ergebnis als einen einzigen, zusammenhängenden Block aus gültigem LaTeX-Code aus (Nutzung der `article`-Klasse). Das Dokument muss zwei Abschnitte enthalten:

- Abschnitt 1: Die 6 Aufgaben, sauber formatiert unter Nutzung einer verikal großzügigen mathematischen Umgebung (z.B. `enumerate` und `\vspace`).
- Abschnitt 2: Eine vollständige, schrittweise Musterlösung für jede Aufgabe, bei der jede Zeile der Umformung exakt dokumentiert ist. Brüche und Terme sind mittels `\dfrac` und standardisierten mathematischen Umgebungen zu setzen.

5. BEISPIEL FÜR DEN STRUKTURELLEN AUFBAU DER MUSTERLÖSUNG

Muster für die Darstellung im Lösungsteil:

```
\[ x^2 + 6x + 5 = (x^2 + 6x + 3^2) - 3^2 + 5 \]
\[ = (x + 3)^2 - 9 + 5 \]
\[ = (x + 3)^2 - 4 \rightarrow S(-3|-4) \]
```

Der iterative Prozess („Back-and-forth“)

Ein wesentlicher Aspekt des professionellen KI-Einsatzes ist das Bewusstsein, dass der erste Entwurf selten perfekt ist. Die wahre Stärke der Technologie entfaltet sich im Dialog (Sokratische Methode). Fällt beim Blick auf den generierten Code auf, dass ein Zwischenschritt arithmetisch zu komplex ist, sollte der Prompt nicht verworfen, sondern gezielt nachgesteuert werden:

„Der Code ist gut, aber in Aufgabe 5 entsteht beim Zwischenschritt ein Bruch. Passe die Ausgangsfunktion so an, dass alle Zwischenschritte beim Ausklammern ganzzahlig bleiben.“

Das Erarbeiten dieses Workflows schult gleichzeitig die eigene fachdidaktische Reflexion. Wer gezwungen ist, einer KI exakt zu diktieren, welche Stolpersteine in einer Aufgabe zu vermeiden sind, klärt im selben Moment seine eigenen Lehr- und Lernziele für die anstehende Unterrichtsstunde.

Fazit und Ausblick

Die Symbiose aus strukturierten Prompts und LaTeX transformiert die KI von einer unzuverlässigen Spielerei zu einem hochpräzisen Werkzeug der Unterrichtsvorbereitung. Das Fundament steht. In der nächsten Folge unserer Serie verlassen wir die rein technische Ebene und widmen uns der **Elementarisierung (Atomisation)**: Wie wir komplexe mathematische Routinen systematisch in kleinste kognitive Einheiten zerlegen und den Einstieg in eine neue Lerneinheit optimal planen.