

Teil 3: Gezielte Diagnostik – Fehlervorstellungen aufdecken und nutzen

Wie KI-generierte Multiple-Choice-Fragen mit präzisen Distraktoren und gezielte kognitive Konflikte helfen, Lernhürden sichtbar zu machen und effektiv aufzulösen.

Im zweiten Teil unserer Serie haben wir betrachtet, wie sich mathematische Algorithmen in ihre atomaren Bestandteile (Fakten, Kategorien, Transformationen) zerlegen lassen. Dieses Mikro-Design ist nicht nur für die Erklärung wichtig, sondern bildet die unabdingbare Voraussetzung für eine scharfe Diagnostik. Wenn Lernende Fehler machen, tun sie dies selten zufällig. Meist liegt dem Fehler ein logisch konsistentes, aber mathematisch falsches Konzept zugrunde – eine sogenannte Fehlervorstellung (Misconception).

In diesem dritten Teil analysieren wir, wie Künstliche Intelligenz genutzt werden kann, um diese Fehlervorstellungen über diagnostische Fragen präzise aufzudecken und sie anschließend durch das Erzeugen eines kognitiven Konflikts aufzulösen.

Diagnostische Multiple-Choice-Fragen (Distraktoren-Design)

Multiple-Choice-Fragen (MC) genießen im deutschsprachigen Mathematikunterricht oft einen schlechten Ruf, da sie mit simplem Raten oder oberflächlichem Wissen assoziiert werden. Eine *diagnostische* MC-Frage unterscheidet sich jedoch fundamental von einem Standard-Quiz: Jeder Fehlerantwort (dem sogenannten Distraktor) ist exakt eine typische Fehlervorstellung zugeordnet. Wählt ein Schüler Antwort C, weiß die Lehrkraft sofort, an welchem "Atom" des Algorithmus der Fehler aufgetreten ist.

Die manuelle Konstruktion solcher trennscharfen Distraktoren ist extrem zeitaufwendig. Sprachmodelle können diese Aufgabe übernehmen, wenn man sie zwingt, die Fehlervorstellungen explizit zu benennen.

PROMPT-AUSZUG: DIAGNOSTISCHE MC-FRAGEN

Kontext: Du bist Lehrkraft für Mathematik in einer 7. Klasse.

Thema: Addition von Brüchen mit ungleichen Nennern (z. B. $\frac{1}{3} + \frac{1}{4}$).

Leitplanken:

1. Erstelle eine diagnostische Multiple-Choice-Frage mit 4 Antwortmöglichkeiten (A, B, C, D).
2. Es gibt exakt eine korrekte Antwort.
3. Die drei falschen Antworten (Distraktoren) dürfen keine zufälligen Zahlen sein. Jeder Distraktor MUSS eine spezifische, weit verbreitete Fehlervorstellung abbilden.

Ausgabeformat:

Gib den LaTeX-Code für die Frage aus.

Füge danach eine Tabelle an, die für jeden Buchstaben (A-D) Folgendes dokumentiert:

- Den berechneten Wert.
- Die genaue Erklärung der Fehlervorstellung, die zu diesem Ergebnis führt (z. B. "Schüler addiert Zähler mit Zähler und Nenner mit Nenner").

Dieser Prompt liefert nicht nur die Aufgabe für ein Handout oder ein digitales Umfragetool, sondern liefert der Lehrkraft direkt das diagnostische Auswertungsschema. Zeigt eine Mehrheit der Klasse auf den Distraktor, der "Zähler plus Zähler / Nenner plus Nenner" repräsentiert, muss nicht die gesamte Bruchrechnung, sondern genau dieses transformatorische Atom wiederholt werden.

Den Knoten platzen lassen: Kognitiver Konflikt

Das Aufdecken einer Fehlervorstellung reicht oft nicht aus. Wenn man Lernenden einfach sagt, dass ihre Regel falsch ist, kehren sie unter Stress schnell zu ihrem alten, fehlerhaften Muster zurück. Nachhaltiges Lernen findet statt, wenn Lernende selbst erkennen, dass ihre Vorstellung zu einem logischen Widerspruch führt. In der Psychologie spricht man hier von einem kognitiven Konflikt.

Die Lehrkraft präsentiert dabei eine Situation, in der die fehlerhafte Logik des Lernenden zu einem offensichtlich absurden Ergebnis führt, das im Widerspruch zu seinem bereits gesicherten Vorwissen steht.

Beispiel: Der Binomische Irrtum

Fehlervorstellung: Lernende glauben hartnäckig, dass $((a + b)^2 = a^2 + b^2)$ gilt.

Die KI-gestützte Konfliktgenerierung: Anstatt einen formalen Beweis zu führen, bitten wir die KI, ein Alltagsbeispiel oder ein einfaches geometrisches/arithmetisches Gegenbeispiel zu konstruieren, das diese Logik ad absurdum führt.

PROMPT-AUSZUG: KOGNITIVEN KONFLIKT ERZEUGEN

Kontext: Du unterstützt eine Mathematiklehrkraft.

Thema: Fehlervorstellung bei binomischen Formeln: Schüler glauben $(a + b)^2 = a^2 + b^2$.

Leitplanken:

1. Konstruiere ein konkretes, arithmetisches Beispiel, das einen starken kognitiven Konflikt auslöst.
 2. Verwende sehr einfache Zahlen (z. B. 2 und 3) oder einen geometrischen Flächen-Kontext.
 3. Zeige zuerst auf, was das Ergebnis nach der fehlerhaften Logik des Schülers wäre.
 4. Stelle dem gegenüber, was das offensichtlich logische Ergebnis (durch einfaches Ausrechnen der Klammer zuerst) sein muss, um den Widerspruch schonungslos offenzulegen.
- Ausgabe: Eine kurze, tafelfertige Gegenüberstellung in LaTeX.

Die Ausgabe konfrontiert den Lernenden beispielsweise mit $((2 + 3)^2)$. Nach seiner Fehl-Logik wäre das $(2^2 + 3^2 = 4 + 9 = 13)$. Da er aber weiß, dass $(2 + 3 = 5)$ ist und $(5^2 = 25)$ ergibt, gerät sein Konzept ins Wanken $(13 \neq 25)$. Der Kopfschmerz ist zurück, und die Bereitschaft, die Notwendigkeit des Mittelterms $(2ab)$ zu akzeptieren, ist drastisch gestiegen.

Fazit: Vom Prüfen zum Verstehen

Durch den gezielten Einsatz von KI für die Konstruktion diagnostischer Distraktoren und kognitiver Konflikte wandelt sich die Fehlerkultur im Unterricht. Fehler sind nicht länger Defizite, die einfach durchgestrichen werden, sondern wertvolle Datenpunkte. Sie zeigen präzise, welches mathematische Atom repariert werden muss.

Sobald diese Hürden überwunden sind, beginnt die Phase der Festigung. Im vierten Teil der Serie widmen wir uns daher dem **Intelligenten Üben**: Wie KI dabei hilft, durch minimale Variationen in Aufgabenreihen

(Variationstheorie) nicht nur Rechenwege zu automatisieren, sondern tiefes konzeptionelles Verständnis zu verankern.